

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ
И. о. проректора по УР
М. Х. Чанкаев
«29» апреля 2026 г., протокол №
7

Рабочая программа дисциплины

Алгебра

(наименование дисциплины (модуля))

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Физика; математика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год начала подготовки - 2023

(по учебному плану)

Карачаевск, 2026

Составитель: канд. пед. наук, ст. преп. Булатова Э.М.

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018г. №125, с изменениями и дополнениями от 26.11.2020г., № 1456, от 8.02.2021г., №83, на основании учебного плана подготовки бакалавров по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки), профиль: «Математика; информатика», локальных актов КЧГУ.

Рабочая программа рассмотрена и утверждена на заседании кафедры алгебры и геометрии на 2026-2027 учебный год, протокол № 8 от 15 апреля 2026 г..

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины (модуля).....	8
1. Наименование дисциплины (модуля)	8
2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы.....	9
3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы.....	9
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся	15
5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.....	16
5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)	16
5.1. Примерная тематика курсовых работ	21
5.4.Самостоятельная работа и контроль успеваемости.....	35
6. Образовательные технологии.....	35
7. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю).....	36
7.1. Описание шкал оценивания степени сформированности компетенций.....	36
7.2.Типовые контрольные задания или иные учебно-методические материалы, необходимые для оценивания степени сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины.....	52
7.2.4. Бально-рейтинговая система оценки знаний бакалавров	65
8.Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины. Информационное обеспечение образовательного процесса.....	66
9. Методические указания для обучающихся по освоению учебной дисциплины (модуля).....	68
10. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля).....	70
10.1. Общесистемные требования.....	70
10.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины	71
10.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения.....	71
10.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.....	71
11.Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья.....	72
12. Лист регистрации изменений	74

1. Наименование дисциплины (модуля)

Алгебра

Целью изучения дисциплины является:

формирование систематизированных знаний в области алгебры и ее методов. Теоретическое освоение обучающимися основных разделов математики, необходимых для понимания роли математики в профессиональной деятельности; формирования культуры мышления, способности к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения; освоения основных методов алгебры, применяемых в решении профессиональных задач и научно-исследовательской деятельности.

Для достижения цели ставятся задачи:

- 1.получить представление о роли математики в профессиональной деятельности;
2. изучить необходимый понятийный аппарат дисциплины;
- 3.сформировать умения доказывать теоремы;
- 4.сформировать умения решать типовые задачи основных разделов алгебры и аналитической геометрии, в том числе с использованием прикладных математических пакетов;
- 5.получить необходимые знания из области алгебры для дальнейшего самостоятельного освоения научно-технической информации.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.О.07.01 «Алгебра» относится к предметно- методическому модулю I по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование с двумя профилями подготовки Физика; математика.

Дисциплина изучается на 1 курсе в 1и 2 семестрах.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО	
Индекс	Б1.О.07.01
Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
Для успешного освоения дисциплины студент должен иметь базовую подготовку по элементарной математике в объеме программы средней школы.	
Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
Дисциплина «Алгебра» является базовой для успешного освоения дисциплин, формирующих компетенции УК-1, ПК- 1.	

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Алгебра» направлен на формирование следующих компетенций обучающегося:

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ВО/ОПВО ФГОС	Индикаторы достижения сформированности компетенций
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.2 Применять логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3 Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.
ПК-1	Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета) ПК -1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. ПК -1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины (модуля) составляет 6 ЗЕТ, 216 академических часа.

Объём дисциплины	Всего часов	Всего часов
	для очной формы обучения	для заочной формы обучения
Общая трудоемкость дисциплины	216	-
Контактная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий)* (всего)		

Аудиторная работа (всего):	86	-
в том числе:		
лекции	52	-
семинары, практические занятия	34	-
практикумы	Не предусмотрено	
лабораторные работы	Не предусмотрено	
Внеаудиторная работа:		
консультация перед зачетом		
Внеаудиторная работа также включает индивидуальную работу обучающихся с преподавателем, групповые, индивидуальные консультации и иные виды учебной деятельности, предусматривающие групповую или индивидуальную работу обучающихся с преподавателем), творческую работу (эссе), рефераты, контрольные работы и др.		
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	112	-
Контроль самостоятельной работы	18	-
Вид промежуточной аттестации обучающегося (зачет / экзамен)	1 семестр- зачет 2 семестр- экзамен	-

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

**5.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий
(в академических часах)**

Для очной формы обучения

№ п/ п	Курс/ семестр	Раздел дисциплины	Общая трудоемкость (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
				Аудиторные уч. занятия			Самостоятельная работа
				Лек	Пр	Контроль	
	1\1						
		Раздел 1. Матрицы и определители.	57	14	8		35
1.1		<i>Матрицы и операции над ними</i> Понятие матрицы. Квадратные матрицы. Действия над матрицами и их свойства. Примеры.	13	4	2		7

1.2		<i>Определители. Их свойства и вычисление.</i> Перестановки. Подстановки. Понятие определителя. Свойства определителей. Разложение определителя по строке или столбцу. Примеры.	13	4	2		7
1.3		Понятие ранга матрицы и его вычисление методом окаймления миноров. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы. Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований. Примеры.	11	2	2		7
1.4		Вычисление определителей n -ого порядка. Примеры вычисления определителей. Определитель суммы и произведения матриц.	9	2			7
1.5		<i>Обратная матрица</i> Понятие обратной матрицы и условие ее существования Линейная зависимость строк Теорема о базисном миноре Необходимое и достаточное условия равенства определителя нулю	11	2	2		7
		Раздел 2. Системы линейных уравнений	49	12	6		31
2.1		<i>Метод Гаусса для решения СЛУ.</i> Понятие системы линейных уравнений. Решение СЛУ. Критерий совместности СЛУ. Метод Гаусса для решения СЛУ. Примеры	17	4	2		11
2.2		<i>Методы решения СЛУ</i> Формулы Крамера для решения СЛУ. Матричный метод решения СЛУ. Примеры. Исследование СЛУ общего вида.	16	4	2		10
2.3		<i>Однородные системы линейных уравнений и их решения</i> Структура множества всех решений системы линейных уравнений Ненулевые решения однородных систем. Необходимое и достаточное условие их существования Свойства решений однородной системы. Фундаментальный набор решений и его нахождение. Пример.	16	4	2		10
		Раздел 3. Арифметическое n- мерное векторное пространство	38	10	4		24
3.1		<i>Операции над векторами</i>	10	4			6

		Линейные операции над векторами. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Примеры.					
3.2		<i>Базис и размерность линейного пространства</i> Базис линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Размерность пространства	10	2	2		6
3.3		<i>Изоморфизм пространств</i> Координаты вектора Изоморфизм пространств Координаты вектора в новом базисе. Матрица перехода	8	2			6
3.4		<i>Сумма и пересечение пространств</i> Сумма и пересечение подпространств. Прямые суммы	10	2	2		6
		Всего за 1 семестр	144	36	18		90
		Зачет					
		Раздел 6. Комплексные числа	14	4	4		6
		<i>Алгебраическая форма комплексного числа и операции в ней</i> Определение комплексного числа. Арифметические действия над комплексными числами Комплексная плоскость Связь нормальной и тригонометрической формами комплексного числа.	7	2	2		3
		<i>Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа и операции в них</i> Связь нормальной и тригонометрической формами комплексного числа. Возведение комплексного числа в целую степень. Извлечение корня из комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Решение квадратных уравнений в поле комплексных чисел.	7	2	2		3
		Раздел 4. Линейные операторы	14	4	4		6
4.1		<i>Собственные значения и собственные векторы</i> Собственные значения и собственные векторы квадратной матрицы и их нахождение. Примеры.	7	2	2		3
4.2		<i>Ядро и образ линейного оператора</i> Определение и примеры линейных операторов.	7	2	2		3

		Ядро и образ линейного оператора. Матрица линейного оператора Преобразование матрицы линейного оператора					
		Раздел 5. Евклидовы пространства	14	4	4		6
5.1		Свойства евклидова пространства Определение вещественного евклидова пространства. Простейшие свойства произвольного евклидова пространства. Понятие и свойства ортонормированного базиса.	7	2	2		3
5.2		<i>Процесс ортогонализации</i> Разложение n -мерного евклидова пространства на прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. ортогонального дополнения. Изоморфизм n -мерных евклидовых пространств. Ортогональное дополнение.	7	2	2		3
		Раздел 7. Многочлены от одной переменной	6	2	2		2
7.1		Кольцо многочленов от одного неизвестного. Деление многочленов, корни многочленов. Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера. Многочлены над полем вещественных чисел. Отделение действительных корней. Метод Штурма. Разрешимость уравнения 3-й степени в квадратных радикалах. Формулы Кардано. Решение уравнений 4-ой степени. Формулы Феррари	6	2	2		2
		Раздел 8. Многочлены от нескольких переменных	6	2	2		2
8.1		Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Разложение симметрических многочленов на элементарные. Обобщенная теорема Виета	6	2	2		2
		Контроль				18	
		Всего за 2 семестр	72	16	16		22
		Экзамен					
		Всего	216	52	34		112

5.2. Тематика лабораторных занятий

Учебным планом не предусмотрены

5.3. Курсовые работы

Учебным планом не предусмотрены

6. Основные формы учебной работы и образовательные технологии, используемые при реализации образовательной программы

Лекционные занятия. Лекция является основной формой учебной работы в вузе, она является наиболее важным средством теоретической подготовки обучающихся. На лекциях рекомендуется деятельность обучающегося в форме активного слушания, т.е. предполагается возможность задавать вопросы на уточнение понимания темы и рекомендуется конспектирование основных положений лекции. Основная дидактическая цель лекции - обеспечение ориентировочной основы для дальнейшего усвоения учебного материала. Лекторами активно используются: лекция-диалог, лекция - визуализация, лекция - презентация. Лекция - беседа, или «диалог с аудиторией», представляет собой непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Ее преимущество состоит в том, что она позволяет привлекать внимание слушателей к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей аудитории. Участие обучающихся в лекции – беседе обеспечивается вопросами к аудитории, которые могут быть как элементарными, так и проблемными.

Главной задачей каждой лекции является раскрытие сущности темы и анализ ее основных положений. Рекомендуется на первой лекции довести до внимания студентов структуру дисциплины и его разделы, а в дальнейшем указывать начало каждого раздела (модуля), суть и его задачи, а, закончив изложение, подводить итог по этому разделу, чтобы связать его со следующим. Содержание лекций определяется настоящей рабочей программой дисциплины. Для эффективного проведения лекционного занятия рекомендуется соблюдать последовательность ее основных этапов:

1. формулировку темы лекции;
2. указание основных изучаемых разделов или вопросов и предполагаемых затрат времени на их изложение;
3. изложение вводной части;
4. изложение основной части лекции;
5. краткие выводы по каждому из вопросов;
6. заключение;
7. рекомендации литературных источников по излагаемым вопросам.

Практические занятия. Дисциплины, по которым планируются практические занятия, определяются учебными планами. Практические занятия относятся к основным видам учебных занятий и составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки. Выполнение студентом практических занятий направлено на:

- обобщение, систематизацию, углубление, закрепление полученных теоретических знаний по конкретным темам дисциплин математического и общего естественно-научного, общепрофессионального и профессионального циклов;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;

- развитие интеллектуальных умений у будущих специалистов: аналитических, проектировочных, конструктивных и др.;
- выработку при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива. Методические рекомендации разработаны с целью единого подхода к организации и проведению практических занятий.

Практическое занятие — это форма организации учебного процесса, направленная на выработку у студентов практических умений для изучения последующих дисциплин (модулей) и для решения профессиональных задач. Практическое занятие должно проводиться в учебных кабинетах или специально оборудованных помещениях. Необходимыми структурными элементами практического занятия, помимо самостоятельной деятельности студентов, являются анализ и оценка выполненных работ и степени овладения студентами запланированными умениями. Дидактические цели практических занятий: формирование умений (аналитических, проектировочных, конструктивных), необходимых для изучения последующих дисциплин (модулей) и для будущей профессиональной деятельности.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем по каждой теме семинарского или практического занятия, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на данных занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Образовательные технологии. При проведении учебных занятий по дисциплине используются традиционные и инновационные, в том числе информационные образовательные технологии, включая при необходимости применение активных и интерактивных методов обучения.

Традиционные образовательные технологии реализуются, преимущественно, в процессе лекционных и практических занятий. Инновационные образовательные технологии используются в процессе аудиторных занятий и самостоятельной работы студентов в виде применения активных и интерактивных методов обучения. Информационные образовательные технологии реализуются в процессе использования электронно-библиотечных систем, электронных образовательных ресурсов и элементов электронного обучения в электронной информационно-образовательной среде для активизации учебного процесса и самостоятельной работы студентов.

Практические занятия могут проводиться в форме групповой дискуссии, «мозговой атаки», разборка кейсов, решения практических задач, публичная презентация проекта и др. Прежде, чем дать группе информацию, важно подготовить участников, активизировать их ментальные процессы, включить их внимание, развивать кооперацию и сотрудничество при принятии решений.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

7.1. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенции	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100% баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85% баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70% баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (до 55 % баллов)
УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует полное знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение	УК-1.1. Демонстрирует знание основ особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение	УК-1.1. В целом демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение	УК-1.1. Демонстрирует фрагментарное знание особенностей системного и критического мышления
	УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	УК-1.2. В целом умеет применять логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности	УК-1.2. Не умеет применять логические формы и процедуры, не способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности
	УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений	УК-1.3. Анализирует основные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений	УК-1.3. Анализирует в целом источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений	УК-1.3. Не владеет анализом источников информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений
ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1. Знает полностью структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ПК-1.1. Знает основные структуры, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ПК-1.1. Знает в целом структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)	ПК-1.1. Не знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)
	ПК-1.2. Полностью умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. В целом умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО	ПК-1.2. Не умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО
	ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе инфор-	ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе инфор-	ПК-1.3. В целом демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе	ПК-1.3. Демонстрирует фрагментарно умение разрабатывать различные формы учебных занятий

	мационные	мационные	информационные	
--	-----------	-----------	----------------	--

7.2. Перевод балльно-рейтинговых показателей оценки качества подготовки обучающихся в отметки традиционной системы оценивания

Порядок функционирования внутренней системы оценки качества подготовки обучающихся и перевод балльно-рейтинговых показателей обучающихся в отметки традиционной системы оценивания проводится в соответствии с положением КЧГУ «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся», размещенным на сайте Университета по адресу: <https://kchgu.ru/inye-lokalnye-akty/>

7.3. Типовые контрольные вопросы и задания, необходимые для оценивания сформированности компетенций в процессе освоения учебной дисциплины

Промежуточная аттестация в 1 семестре очной формы обучения проводится в форме экзамена
Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации (экзамена)

Вопросы на зачет 1 семестр

1. Понятие матрицы. Некоторые специальные виды матриц.
2. Действия над матрицами.
3. Ступенчатые матрицы.
4. Условие вырожденности квадратной матрицы. теорема об определителе произведения
5. Определители второго, третьего порядка.
6. Миноры и алгебраические дополнения.
7. Определитель n-го порядка.
8. Выражение определителя непосредственно через его элементы.
9. Теорема Лапласа.
10. Свойства определителей.
11. Критерий невырожденности квадратной матрицы.
12. Разложение определителя по строке или столбцу.
13. Определитель суммы и произведения квадратных матриц.
14. Вычисление определителя n-го порядка.
15. Обратная матрица и способы ее нахождения.
16. Решение матричного уравнения $AX = B$.

17. Решение систем n линейных уравнений с n неизвестными по правилу Крамера.
18. Метод последовательного исключения неизвестных или метод Гаусса
19. Арифметические векторы и операции над ними (сложение, умножение на скаляр, скалярное произведение).
20. Пространство
21. Линейная зависимость векторов.
22. Базис конечномерного векторного пространства .
23. Понятие линейного пространства. Свойства.
24. Эквивалентные системы векторов.
25. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора.
26. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка.
27. Сумма и пересечение подпространств.
28. Прямая сумма подпространств.
29. Преобразование координат при преобразовании базиса в n -мерном линейном пространстве.
30. Изоморфизм линейных пространств.
31. Определение системы линейных уравнений.
32. Равносильные СЛУ и элементарные преобразования СЛУ.
33. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса.
34. Ранг матрицы. Равенство строчечного и столбцевого ранга матриц.
35. Критерий совместности СЛУ.
36. Решения СЛУ.
37. Понятие ОСЛУ.
38. Фундаментальная система решений однородной системы.
39. Общее решение неоднородной системы.
40. Пространство решений однородной системы линейных уравнений.
41. Связь размерности пространства решений с рангом матрицы системы.

Контрольная №1

Матрицы и определители. Системы линейных уравнений.

Вариант 1.

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 9 \end{vmatrix}, в) |A| = \begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix};$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 7 & 3 & 10 \\ 15 & 6 & 20 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 8 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 + 19x_3 + x_4 = 18, \\ 6x_1 - 5x_2 + 11x_3 - 3x_4 = -3; \end{cases} \end{aligned}$$

Вариант 2.

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -6 & 1 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & 5 & 7 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -5 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$A \cdot X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 \\ 14 \\ 16 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 = -16, \\ 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 - 5x_4 = -4, \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 4, \\ 6x_1 - 5x_2 + 3x_3 + 4x_4 = -1; \end{cases} \end{aligned}$$

5

Вариант 3.

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & 2 \\ 1 & -4 & 3 \end{vmatrix}, в); |A| = \begin{vmatrix} 3 & -9 & -3 & -1 \\ 5 & -8 & -2 & 0 \\ 4 & -5 & -1 & -2 \\ 7 & 0 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 11; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 3, \\ 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 5x_4 = 6; \end{cases}$$

Вариант 4.

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 9 & -1 & 1 \\ 11 & -4 & 2 \end{vmatrix}, в); |A| = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -5 & 8 \\ -3 & 2 & 4 & -6 \\ 2 & -5 & -7 & 5 \\ -4 & 3 & 5 & -6 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 2 & -3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$A \cdot X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 7 & 0 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0; \end{cases} \quad б) \begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + x_2 + 6x_3 + 3x_4 = -3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_2 + x_3 + x_4 = 3; \end{cases}$$

Вариант 5.

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} -5 & -3 \\ 7 & 1 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & -3 & 1 \\ 4 & -7 & 0 \end{vmatrix}, в); |A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 2 \\ -8 & 9 & 10 & 5 \\ -8 & 5 & 8 & 5 \\ -5 & 6 & 7 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$A \cdot X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -4 \\ 5 & -8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \\ 0 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$a) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 9, \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 = -4, \\ 4x_1 - 7x_2 + x_3 = 5; \end{cases} \quad б) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -4, \\ -2x_1 - 5x_2 - x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 8x_4 = 4; \end{cases}$$

Вариант 6.

1. Вычислить определитель:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & -5 \end{vmatrix}, б) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -4 & 2 \end{vmatrix}, в); |A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & -4 & 3 \\ 3 & -4 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$A \cdot X = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 14 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 1; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ x_1 - x_3 + 2x_4 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0; \end{cases} \end{array}$$

Вариант 7.

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 9 \\ 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & -4 \\ -3 & 4 & -5 & 3 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & 6 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \begin{cases} -2x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -8, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 = -9, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -12. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - 7x_2 + 3x_3 - x_4 = -1, \\ 5x_1 - 9x_2 + 6x_3 + 2x_4 = 7, \\ 4x_1 - 6x_2 + 3x_3 + x_4 = 8; \end{cases} \end{array}$$

Вариант 8.

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ -5 & -5 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -2 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} -3 & 9 & 3 & 6 \\ -5 & 8 & 2 & 7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot A = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} 3x_1 - 9x_2 + 8x_3 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 + 5x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - x_3 + x_4 = 0, \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 0; \end{cases} \end{aligned}$$

Вариант 9.

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 9 \\ 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной: $A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 = -1, \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 = 3, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 10, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 4; \end{cases} \end{aligned}$$

Вариант 10.

1. Вычислить определитель:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & -7 \\ -5 & -5 \end{vmatrix}, \text{ б) } \begin{vmatrix} 1 & 7 & 0 \\ -2 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}, \text{ в) } |A| = \begin{vmatrix} 6 & -5 & 8 & 4 \\ 9 & 7 & 5 & 2 \\ 7 & 5 & 3 & 7 \\ -4 & 8 & -8 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную данной:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение

$$X \cdot A = B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему уравнений методом: а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса:

$$\begin{aligned} \text{а) } \begin{cases} x_1 + x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 4; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 4; \end{cases} \end{aligned}$$

Контрольная работа № 2

Линейные преобразования

Вариант 1

1. Решить систему линейных уравнений с комплексными числами.

$$\begin{cases} (5 + 4i)z_1 - (3 + 2i)z_2 = 20 - 15i, \\ 5iz_1 + (1 - 4i)z_2 = 19. \end{cases}$$

2. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 12 & 6 \\ -5 & 9 & 3 \\ -3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

3. Дана матрица A_f линейного преобразования в базисе $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$. Найти матрицу A_g этого линейного преобразования в базисе $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$

$$\begin{aligned} \vec{f}_1 &= (1; 1; -2), \\ \vec{f}_2 &= (1; -1; 2), \\ \vec{f}_3 &= (1; 0; -2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{g}_1 &= (2; 2; -2), \\ \vec{g}_2 &= (1; 2; -1), \\ \vec{g}_3 &= (-2; -1; -1); \quad A_f = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -2 \\ -3 & 0 & -4 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Вариант 2

1.

$$\begin{cases} (3+3i)z_1 - 5z_2 = -7+18i, \\ (2-i)z_1 + (4-5i)z_2 = 3+14i. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -6 \\ -2 & 4 & 10 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{aligned}\vec{f}_1 &= (0; 0; 2), & \vec{g}_1 &= (-2; -2; 0), \\ \vec{f}_2 &= (-2; -1; -1), & \vec{g}_2 &= (-2; 2; -2), \\ \vec{f}_3 &= (2; -2; 2); & \vec{g}_3 &= (0; -1; 1); \quad A_f = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Вариант 3

1.

$$\begin{cases} 2iz_1 - (3+3i)z_2 = -8-20i, \\ (2+5i)z_1 + (4+4i)z_2 = -28+4i. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} -12 & -8 & 16 \\ -8 & 0 & 8 \\ -16 & -8 & 20 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{aligned}\vec{f}_1 &= (-1; 0; 2), & \vec{g}_1 &= (0; 2; -2), \\ \vec{f}_2 &= (-1; 1; -1), & \vec{g}_2 &= (2; -1; 2), \\ \vec{f}_3 &= (0; -1; 2); & \vec{g}_3 &= (1; 1; 1); \quad A_f = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Вариант 4

1.

$$\begin{cases} (5+3i)z_1 + 4iz_2 = -6+12i, \\ (-3+3i)z_1 - (5-i)z_2 = 3-11i. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 42 & -12 & 48 \\ 20 & -4 & 24 \\ -28 & 8 & -32 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{aligned} \vec{f}_1 &= (-2; 0; 1), \quad \vec{g}_1 = (0; 2; -1), \\ \vec{f}_2 &= (1; -1; 1), \quad \vec{g}_2 = (-1; -2; -2), \\ \vec{f}_3 &= (1; -1; 2), \quad \vec{g}_3 = (-2; 2; -1); \end{aligned} \quad A_f = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 4 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Вариант 5

1.

$$\begin{cases} -(5+i)z_1 + (4+2i)z_2 = -31+13i, \\ -5z_1 - (4-2i)z_2 = -6-17i. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -4 & -4 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{aligned} \vec{f}_1 &= (0; 1; 1), \quad \vec{g}_1 = (-1; 1; 1), \\ \vec{f}_2 &= (-2; 0; 2), \quad \vec{g}_2 = (-1; 1; 2), \\ \vec{f}_3 &= (1; -2; 1), \quad \vec{g}_3 = (1; 1; -2); \end{aligned} \quad A_f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 6

1.

$$\begin{cases} (3+2i)z_1 + 5iz_2 = 7+9i, \\ (3-i)z_1 - (4+i)z_2 = 10. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 18 \\ -3 & 4 & 9 \\ -3 & 0 & 13 \end{pmatrix}$$

2.

$$\begin{aligned} \vec{f}_1 &= (1; -1; -1), \quad \vec{g}_1 = (1; -2; -1), \\ \vec{f}_2 &= (-1; -1; 0), \quad \vec{g}_2 = (1; 0; -1), \\ \vec{f}_3 &= (1; -2; 1), \quad \vec{g}_3 = (-1; 2; -2), \end{aligned} \quad A_f = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 4 & -4 & -3 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 7

1.

$$\begin{cases} (3+2i)z_1 + (3-5i)z_2 = 20+2i, \\ (-1+4i)z_1 + (1+4i)z_2 = -22+22i. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} -22 & 12 & -24 \\ -12 & 8 & -12 \\ 16 & -8 & 18 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{aligned} \vec{f}_1 &= (2; 0; -2), \quad \vec{g}_1 = (-2; 1; 0), \\ \vec{f}_2 &= (-1; -1; -1), \quad \vec{g}_2 = (1; 0; 0), \\ \vec{f}_3 &= (0; -2; -1), \quad \vec{g}_3 = (-1; -2; 1), \end{aligned} \quad A_f = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 3 \\ 1 & -1 & -4 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Вариант 8

1.

$$\begin{cases} 5iz_1 + iz_2 = -23, \\ (-4+5i)z_1 + (2-5i)z_2 = -19+20i. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 6 & 12 \\ 2 & 5 & 6 \\ -4 & -4 & -8 \end{pmatrix}$$

3.

$$\vec{f}_1 = (0; -1; 2),$$

$$\vec{f}_2 = (1; 2; 0),$$

$$\vec{f}_3 = (-2; 0; 1);$$

$$\vec{g}_1 = (-2; -2; -1), \quad A_f = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ -3 & -4 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{g}_2 = (2; -1; 1),$$

$$\vec{g}_3 = (-2; 0; -2);$$

Вариант 9

1.

$$\begin{cases} -(1+2i)z_1 - (2-i)z_2 = -8-16i, \\ (4+5i)z_1 + (4+4i)z_2 = -1+44i. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 12 & 6 \\ -5 & 10 & 3 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

3.

$$\vec{f}_1 = (2; 2; -2), \vec{g}_1 = (1; 1; 2),$$

$$\vec{f}_2 = (0; 0; 1),$$

$$\vec{g}_2 = (0; 1; -1),$$

$$A_f = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -4 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{f}_3 = (1; -1; 1);$$

$$\vec{g}_3 = (2; -1; -1);$$

Вариант 10

1.

$$\begin{cases} (-5+i)z_1 - (1+i)z_2 = 6-20i, \\ (2-4i)z_1 + (2-3i)z_2 = 23+3i. \end{cases}$$

2.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & 9 \\ 3 & -6 & 13 \end{pmatrix}$$

3.

$$\begin{aligned} \vec{f}_1 &= (2; -1; 1), \quad \vec{g}_1 = (1; 2; 2), \\ \vec{f}_2 &= (2; 1; 2), \quad \vec{g}_2 = (-1; 0; -1), \\ \vec{f}_3 &= (2; -1; 2), \quad \vec{g}_3 = (0; 1; -2); \end{aligned} \quad A_f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -4 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Промежуточная аттестация в 2 семестре очной формы обучения проводится в форме экзамена
Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации (экзамена)

Примерные вопросы на экзамен 2 семестр

1. Модуль и аргумент комплексного числа.
2. Тригонометрическая форма, форма Эйлера.
3. Формула Муавра. Формулировка основной теоремы алгебры.
4. Корни из единицы.
5. Определение многочлена.
6. Кольцо многочленов от одного неизвестного
7. Отношение делимости в кольце многочленов
8. Корни многочленов.
9. Многочлены над полем $\mathbb{R}$ и $\mathbb{C}$.
10. Отделение действительных корней.
11. Вычисление рациональных корней.
12. Разрешимость ур-я 3-й степени в квадратных радикалах.
13. Кольцо многочленов от нескольких переменных.
14. Лексикографическое расположение членов многочлена
15. Определение симметрических многочленов.
16. Основная теорема о симметрических многочленах
17. Теорема о единственности выражения симметрического многочлена через основные симметрические многочлены
18. Линейные преобразования пространства .

19. Свойства линейных преобразований.
20. Действия над линейными операторами.
21. Матрица линейного оператора в заданном базисе линейного пространства.
22. Ядро и образ линейного оператора.
23. Связь между координатными столбцами векторов x и $\varphi(x)$.
24. Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису.
25. Характеристических многочлен линейного оператора.
26. Собственные значения линейного оператора.
27. Характеристическое уравнение.
28. Собственные векторы неотрицательных матриц.
29. Линейные операторы с простым спектром.
30. Построение базиса из собственных векторов оператора простой структуры
31. Скалярное произведение векторов, его основные свойства. Неравенство Коши-Буняковского.
32. Ортогональный и ортонормированный базис в
33. Определение евклидова пространства. Свойства евклидовых пространств.
34. Изоморфизм евклидовых пространств.
35. Ортогональное дополнение подпространства.
36. Процесс ортогонализации.
37. Определение квадратичной формы.
38. Линейное преобразование переменных.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

8.1. Основная литература

1. Бадеев, А. В. Алгебра: арифметическое векторное пространство, матрицы, системы линейных уравнений : учебно-методическое пособие / А. В. Бадеев. — Улан-Удэ : БГУ, 2021. — 64 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/166868> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Булычева, Ю. В. Алгебра : учебное пособие / Ю. В. Булычева, Т. В. Васильева, И. В. Карпасюк. — 2-е изд. — Астрахань : АГТУ, 2020. — 196 с. — ISBN 978-5-89154-699-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/195063> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Валеева, Р. Ф. Линейная алгебра : учебное пособие / Р. Ф. Валеева, Л. А. Федотова. — Пермь : ПНИПУ, 2022. — 205 с. — ISBN 978-5-398-02793-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/328793> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Глухова, Н. В. Алгебра многочленов : учебное пособие / Н. В. Глухова, О. И. Череватенко, А. Н. Кувшинова. — Ульяновск : УлГПУ им. И.Н. Ульянова, 2022. — 60

с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/338063> . — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Литаврин, А. В. Линейная алгебра : учебное пособие / А. В. Литаврин, Т. В. Моисеевкова. - Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2022. - 244 с. - ISBN 978-5-7638-4604-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/2092907> (дата обращения: 02.07.2024). – Режим доступа: по подписке

8.2. Дополнительная литература

6. 1. Голикова, Е. А. Линейная алгебра : учебное пособие / Е. А. Голикова ; М-во науки и высш. обр. РФ. - Екатеринбург : Изд-во Уральского ун-та, 2021. - 104 с. - ISBN 978-5-7996-3193-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1957558> – Режим доступа: по подписке.
7. 2. Линейная алгебра : учебное пособие / Н. В. Гредасова, М. А. Корешникова, Н. И. Желонкина [и др.]. - 2-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА : Изд-во Урал. ун-та, 2022. - 88 с. - ISBN 978-5-9765-4994-4 (ФЛИНТА) ; ISBN 978-5-7996-2776-8 (Изд-во Урал. ун-та). - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1891374> . – Режим доступа: по подписке.

9. Требования к условиям реализации рабочей программы дисциплины (модуля)

9.1. Общесистемные требования

Электронная информационно-образовательная среда ФГБОУ ВО «КЧГУ»

Каждый обучающийся в течение всего периода обучения обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронной информационно-образовательной среде (ЭИОС) Университета из любой точки, в которой имеется доступ к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», как на территории Университета, так и вне ее.

Функционирование ЭИОС обеспечивается соответствующими средствами информационно-коммуникационных технологий и квалификацией работников, ее использующих и поддерживающих. Функционирование ЭИОС соответствует законодательству Российской Федерации.

Адрес официального сайта университета: <http://kchgu.ru>.

Адрес размещения ЭИОС ФГБОУ ВО «КЧГУ»: <https://do.kchgu.ru>.

Электронно-библиотечные системы (электронные библиотеки)

Учебный год	Наименование документа с указанием реквизитов	Срок действия документа
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система ООО «Знаниум».	С 02.06.2026г. до 01.06.2027г.

	Договор № 332 эбс с 02.06.2026г. Электронный адрес: https://znanium.com	
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система «Лань». Договор № 12 от 26.02.26г. Электронный адрес: https://e.lanbook.com	от 26.02.2026г. до 31.01.2027г.
2026-2027 учебный год	Электронно-библиотечная система КЧГУ. Положение об ЭБ утверждено Ученым советом от 30.09.2015г. Протокол № 1. Электронный адрес: http://lib.kchgu.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Национальная электронная библиотека (НЭБ). Договор №101/НЭБ/1391-п от 22. 02. 2023 г. Электронный адрес: http://rusneb.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Научная электронная библиотека «ELIBRARY.RU». Лицензионное соглашение №15646 от 21.10.2016 г. Электронный адрес: http://elibrary.ru	Бессрочный
2026-2027 учебный год	Электронный ресурс Polpred.com Обзор СМИ. Соглашение. Бесплатно. Электронный адрес: http://polpred.com	Бессрочный

9.2. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение дисциплины

Занятия проводятся в учебных аудиториях, предназначенных для проведения занятий лекционного и практического типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации в соответствии с расписанием занятий по образовательной программе. С описанием оснащённости аудиторий можно ознакомиться на сайте университета, в разделе материально-технического обеспечения и оснащённости образовательного процесса по адресу: <https://kchgu.ru/sveden/objects/>

9.3. Необходимый комплект лицензионного программного обеспечения

- ~ Microsoft Windows (Лицензия № 60290784), бессрочная
- ~ Microsoft Office (Лицензия № 60127446), бессрочная
- ~ ABBY FineReader (лицензия № FCRP-1100-1002-3937), бессрочная
- ~ CalculateLinux (внесён в ЕРРП Приказом Минкомсвязи №665 от 30.11.2018-2020), бессрочная
- ~ Google G Suite for Education (IC: 01i1p5u8), бессрочная

Kaspersky Endpoint Security. Договор №0379400000325000001/1 от 28.02.2025г.
Срок действия лицензии с 27.02.2025г. по 07.03.2027г

9.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование»- <https://edu.ru/documents/>
2. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru/>

3. Базы данных Scopus издательства Elsevier <http://www.scopus.com/search/form.uri?display=basic>.
4. Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования - <http://fgosvo.ru>.
5. Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) – <http://edu.ru>.
6. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (Единая коллекция ЦОР) – <http://school-collection.edu.ru>.
7. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») – <http://window.edu.ru>.

10. Особенности организации образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья

В ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева» созданы условия для получения высшего образования по образовательным программам обучающихся с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ).

Специальные условия для получения образования по ОПВО обучающимися с ограниченными возможностями здоровья определены «[Положением об обучении лиц с ОВЗ](http://kchgu.ru) в КЧГУ», размещенным на сайте Университета по адресу: <http://kchgu.ru>.

В рабочей программе внесены следующие изменения:

30